

数学建模竞赛论文格式规范

- 参赛队都从 A、B、C 题中任选一题。
- 论文第一页是论文题目、摘要和关键词。**摘要不超过 1 页**。具体内容和格式见附件二论文模板。
- 论文第二页开始是正文。**论文正文不超过 20 页**。
- 论文中不能有页眉，不能有任何可能显示答题人身份的标志。
- 论文题目用三号黑体字、一级标题用四号黑体字并居中；二级、三级标题用小四号黑体字，左端对齐（不居中）。论文中其他汉字一律采用小四号宋体字，行距用单倍行距。
- 引用别人的成果或其它公开的资料(包括网上查到的资料) 必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中均明确列出。正文引用处用方括号标示参考文献的编号，如[1][3]等；引用书籍还必须指出页码。参考文献按正文中的引用次序列出，其中书籍的表述方式为：

[编号] 作者，书名，出版地：出版社，出版年。

参考文献中期刊杂志论文的表述方式为：

[编号] 作者，论文名，杂志名，卷期号：出版年，起止页码。

参考文献中网上资源的表述方式为：

[编号] 作者，资源标题，网址，访问时间（年月日）。
- 竞赛论文的文件类型为 **.docx** 或者 **.pdf**（推荐）。
- 本规范的解释权属于数学建模竞赛组委会。

数学建模竞赛组委会

2017 年 4 月修订

创意平板折叠桌优化设计的定量分析

摘要

本文针对创意平板折叠桌优化设计，建立空间坐标系，使用黄金分割原理、勾股定理等，分别构建桌腿木槽长度求解、桌腿边缘线形状、最优参数设定及折叠桌设计等模型，使用 Matlab、Excel 等软件编程，得到了在特定条件下折叠桌桌脚边缘线的数学描述、设计加工参数及动态变化过程，和产品在达到稳固性好、加工方便、用材最少时，平板和折叠桌的最优设计加工参数，以及另设计出几种折叠桌，并给出相应动态变化过程，本文的特色体现在对参数的灵敏度分析及几何画板的使用。

针对问题一要求，给出特定条件下折叠桌的动态变化过程、设计加工参数及桌脚边缘线的数学描述。首先建立平面及空间坐标系，由勾股定理确定折叠桌撑起前后钢筋与桌腿连接点的坐标，及桌面在五个不同高度下桌脚每根木条的坐标，分别构建桌腿木槽长度求解及桌腿边缘线形状两模型，再由空间两点的距离公式，分别求出折叠桌撑起前后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离，两者之差即为开槽长度。再使用 MATLAB 进行曲线拟合，分别求出桌面五个不同高度下桌脚边缘线的图形，以此来描述桌脚边缘线和动态变化过程。

针对问题二要求，对任意给定的折叠桌高度和圆桌直径，来讨论平板和折叠桌的最优设计加工参数。首先考虑稳固性，取俯视投影的四个桌脚连线围成一个正方形且外切于圆桌。其次兼顾两方面，加工方便取木条空槽总长度最小，和用材最少在忽略厚度下取平板面积最小。处理过程中结合黄金分割原理，可构建最优参数模型，求出桌边剩余长度，从而确定最外侧木条的切割点，同时以木条空槽长度与桌面半径之和要小于木条长的一半为约束条件，确定钢筋位置。最后以新给定的桌高和桌面直径等输入值，来获取平板尺寸、钢筋位置、总开槽长度等输出值，使用 Matlab、Excel 等软件编程，可求出最优设计加工参数。

针对问题三要求，据客户任意设定的桌高、桌面边缘线和桌脚边缘线，给出平板的形状尺寸和最优设计加工参数，并设计出创意平板折叠桌，给出相应的设计加工参数和动态变化过程。为简化问题，用木条开槽的总长度来表示平板的设计加工参数，桌腿宽度替代桌面边缘线的形状，桌腿长度替代桌腿边缘线形状，结合问题一、问题二所用方法，构建折叠桌设计模型，再将随机设定的 3 组木条的开槽总长度、桌腿宽度及桌腿长度等代入方程，通过 Matlab 编程，求解得到三款不同形式的折叠桌，再通过 Matlab 曲线拟合，即可得到对应参数下折叠桌的仿真模拟图和对应的动态变化过程。

本文最后还对模型进行了误差分析，还对桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离做了灵敏度分析。在对模型评价的基础上，基于对折叠桌力矩与稳定性关系的考虑，对最优参数模型进行改进；并把折叠桌设计模型应用于其它相关实际应用中，并分别对模型做了纵向和横向上的推广。

关键词：平板折叠桌；创意；勾股定理；黄金分割；灵敏度分析；Matlab

§1 问题的重述

一、背景知识

1. 创意与创意产业

创意即创新的思想，它是创造意识或创新意识的简称，亦作“创新意识”。它是传统的叛逆，是打破常规的哲学，是破旧立新的创造与毁灭的循环，是思维碰撞，智慧对接，是具有新颖性和创造性的想法。2012年2月20日，荷兰设计师Robert van Embricqs设计了创意平板桌。折叠桌是具有折叠功能的桌子，一般是钢木结构。创意桌子把一整块板分成若干木条，组合在一起，也可以变成很有创意的桌子。创意平板桌是变形家具中的一部分，概念来自于变形椅。

2. 创意平板折叠桌

某公司生产一种可折叠的桌子，桌面呈圆形，桌腿随着铰链的活动可以平摊成一张平板。桌腿由若干根木条组成，分成两组，每组各用一根钢筋将桌腿连接，钢筋两端分别固定在桌腿各组最外侧的两根桌腿上，并且沿桌腿有空槽以保证滑动的自由度。桌子外形由直纹曲面构成，造型美观。附件视频展示了折叠桌的动态变化过程。此种创意折叠桌稳固性好、加工方便、用材少，目前这种创意平板折叠桌已投入市场，因此需进一步通过数学模型进行深入研究，并根据所建立的模型再设计出几个创意平板折叠桌。



图 1 圆形平板折叠桌站立时形状



图 2 桌腿的空槽



图 3 圆形平板折叠桌三幅变化过程

3. 研究创意平板折叠桌的意义

为了增大有效使用面积，设计师以长方形木板的宽为直径截取了一个圆形作为桌面，又将木板剩余的面积切割成了若干个长短不一的木梁，每个木梁的长度为宽到圆上一点的距离，分别用两根金属棒贯穿两侧的木条，使用者只需提起木板的两侧，便可以在重力的作用下达到自动升起的效果，相互叉寸称的木梁宛如下垂的桌布将，精密的制作工艺配以质朴的木材，让 Rising Side Table 看起来就像是工业革命时期的机器。创意平板桌是变形家具中的一部分，概念来自于变形椅。近年来折叠与伸展也已成为家具设计行业普遍应用的一个基本设计理念，占用空间面积小而且家具的功能又更加多样化自然会受到人们的欢迎。

二、相关资料

1. 原始实例数据：长方形平板尺寸为 $120\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ ，每根桌腿宽 2.5 cm ，

连接桌腿木条的钢筋固定在桌腿最外侧桌腿的中心位置，折叠后桌子的高度为 53 cm。

2. 对于任意给定的折叠桌高度和圆形桌面直径的设计要求，讨论长方形平板材料和折叠桌的最优设计加工参数，例如，平板尺寸、钢筋位置、开槽长度等。

3. 折叠桌相关指标含有：折叠桌高度、桌面边缘线的形状大小和桌脚边缘线的大致形状。

4. 折叠桌的动态变化过程的视频（视频见附件）。

三、要解决的问题

1. **问题一** 试以原始实例数据建立模型描述给定折叠桌的动态变化过程，并在此基础上给出此种折叠桌的设计加工参数和桌脚边缘线的数学描述。

2. **问题二** 折叠桌的设计应做到产品稳固性好、加工方便、用材最少。对于桌高 70 cm，桌面直径 80 cm 的情形，讨论长方形平板材料和折叠桌的最优设计加工参数。

3. **问题三** 根据客户任意设定的相关指标，给出所需平板材料的尺寸和切实可行的最优设计加工参数，使得生产的折叠桌尽可能接近客户所期望的形状。给出此种折叠桌设计软件设计的数学模型，根据所建立的模型给出几个自己设计的创意平板折叠桌，并给出相应的设计加工参数，画出至少 8 张动态变化过程的示意图。

§2 问题的分析

一、问题的总分析

创意平板桌是变形家具中的一部分，概念来自于变形椅。近年来折叠与伸展也已成为家具设计行业普遍应用的一个基本设计理念，占用空间面积小而且家具的功能又更加多样化自然会受到人们的欢迎。

创意平板折叠桌设计涉及到三角性的稳定性、空间几何曲线、物理力学分析、机械结构设计、造形艺术理念及方便运输和存储等多方面内容，对此我们一方面运用相关理论勾股定理知识及建立空间坐标进行数值求解相关参数，另一方面结合黄金分割、加工简便、经济实用等因素进行优化。

以下通过对实际问题的全面分析，可将思路整理成流程图（如图 4 所示）。

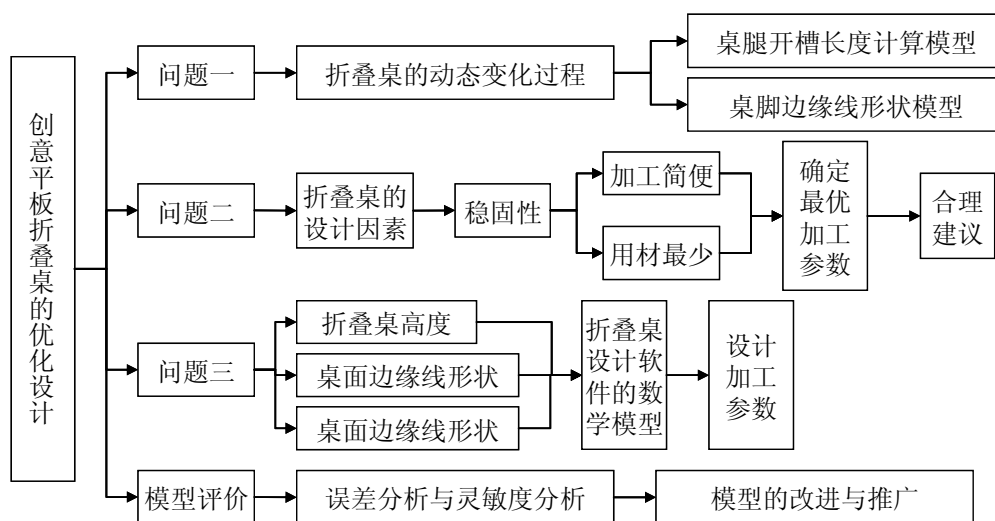


图 4 整体建模思路流程图

二、对具体问题的分析

1. 对问题一的分析

问题一要求建立模型，给出特定条件下折叠桌的动态变化过程、设计加工参数及桌脚边缘线的数学描述。首先在桌面所在的平面上建立直角坐标系，根据勾股定理，确定折叠桌撑起前后钢筋与桌腿连接点的坐标，及桌面在五个不同高度下桌脚每根木条的坐标，从而求出每条桌腿的长度，再利用空间几何中两点间距离公式，确定折叠桌撑起前后钢筋在每个桌腿上的位置与桌面边缘间的距离，两者之差即为开槽长度。最后使用 Matlab 分别拟合出桌子在五个不同高度时桌脚边缘线的图形，进而描述折叠桌的动态变化过程。

2. 对问题二的分析

问题二要求对于任意给定的折叠桌高度和圆形桌面直径，进行讨论长方形平板材料和折叠桌的最优设计加工参数。为达到稳固性好，四个桌脚应围成一个正方形，且其边长等于圆桌的直径。同时桌腿空槽总长度最小以满足加工方便，长方形平板长度最小以满足用材最少的要求，根据黄金分割原理，确定桌边剩余长度，从而确定最外侧桌腿的切割点，再以桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离 p 应大于零为约束条件，来确定钢筋位置，最后以已知的桌高、桌面直径等数据，求出平板尺寸、钢筋位置、开槽长度等参数的最优解。

3. 对问题三的分析

问题三要求根据客户任意设定的桌高、桌面边缘线的形状和桌脚边缘线的形状，给出平板的形状尺寸和最优设计加工参数，并设计几个创意平板折叠桌，给出相应的设计加工参数，和动态变化过程。为了简化问题，用桌腿总开槽长度来表示平板的设计加工参数，以桌腿宽度反映桌面边缘线的形状，桌腿边缘线形状近似用桌腿长度来确定。结合问题一、二所建立的模型，将客户设定的桌腿总开槽长度、桌腿宽度及桌腿长度等数据，代入方程进行求解，即可得到最优设计参数值。现取 3 组随机设定的指标值，求解得到三款不同形式的折叠桌，再利用 Matlab 对求解结果进行拟合，即可得到对应参数下折叠桌的仿真模拟图和对应的动态变化过程的示意图。

§3 模型的假设

1. 在研究设计中不考虑平板材料的性能对于折叠桌的影响；
2. 视同批木条的宽度为常值，忽略加工中随机因素导致的差异；
3. 钢筋在折叠桌折叠过程中不会发生弯曲、拉长等形变，且不考虑粗细；
4. 桌腿与圆桌面边缘线的交接处的间隙可以忽略不计；
5. 桌腿间缝隙尺寸近似为零，可忽略不计；
6. 桌脚与地面的接触面形状可忽略不计，近似为一个点；
7. 平板和折叠桌都是中心对称的规则形状，且折叠桌单边桌腿数量为偶数；
8. 假定俯视投影的四个桌脚连线围成正方形且外切于圆桌时折叠桌稳固性最好；
9. 本文涉及的数据均来源真实、准确、科学、可靠。

§4 名词解释与符号说明

一、名词解释

1. **黄金分割**：黄金比又称黄金律，是指事物各部分间一定的数学比例关系，即将整体一分为二，较大部分与较小部分之比等于整体与较大部分之比，其比值约为 $1:0.618$ ，即长段为全段的 0.618 。

2. **勾股定理**：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方。

3. 直纹面：含有一族单参数直线(随着一个参数变化的一族直线)的曲面且该曲面的每一点都在这族直线，则这样的曲面为直纹面。

二、主要符号说明

序号	符号	符号说明
1	x_i	折叠桌撑起前每个桌腿与桌面边缘连接点的横坐标
2	d_i	第 <i>i</i> 条桌腿空槽初始位置距桌面边缘的距离
3	d_j	折叠桌撑起后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离
4	D'_i	第 <i>i</i> 条桌腿上的开槽长度
5	l_i	第 <i>i</i> 条桌腿的长度
6	n	除去外侧桌腿后，剩下的桌腿数目
7	H	桌面高度
8	D	桌面直径
9	L	长方形平板长度
10	d	桌边剩余长度
11	l	最外侧桌腿长
12	λ	钢筋相对位置
13	n	单边桌腿数
14	Z	总开槽长度

§5 模型的建立与求解

一、问题一的分析与求解

1. 对问题的分析

问题一要求建立模型，给出特定条件下折叠桌的动态变化过程、设计加工参数及桌脚边缘线的数学描述。具体思路流程如图 5 所示。

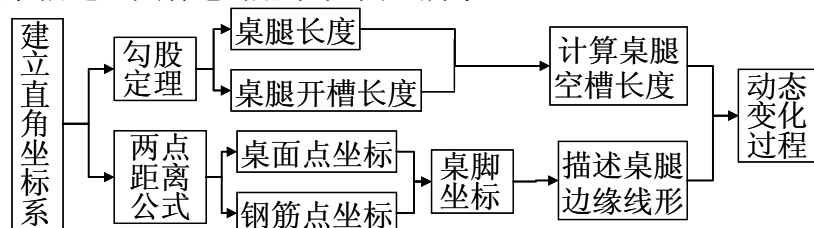


图 5 问题一的建模思路图

2. 对问题的求解

模型 I 桌腿空槽长度模型

(1) 模型的准备

为了建立桌腿空槽长度求解模型，首先得设定一系列的变量。问题一中给定的平板尺寸为 $120\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ ，当近似圆形的桌面直径为 50 cm 时，桌面面积最大。该折叠桌完全撑起后的桌面高度为 53 cm ，平板厚度为 3 cm ，因此桌子高度为 50 cm 。问题给出了每条桌腿的宽度都为 2.5 cm ，在切割缝隙产生误差的忽略不计的假设下，可以确定该折叠桌共有 40 条桌腿，左右两侧各 20 条。通过观察我们不难发现，折叠桌的桌腿长度是各不相同的，在所有的桌腿中，起到支撑作用的为最外侧的四条桌腿。最外侧的四条桌腿两两用钢筋固定，其余的桌腿都会开有一定长度的空槽，钢筋会在空槽中滑动。为了

求解出各条桌腿开槽长度，首先得计算出各条桌腿的长度。具体计算方法如下：

①建立平面直角坐标系，以圆桌圆心（亦即平板的中心）为坐标原点，以平板长度方向为X轴，宽度方向为Y轴，如图所示：

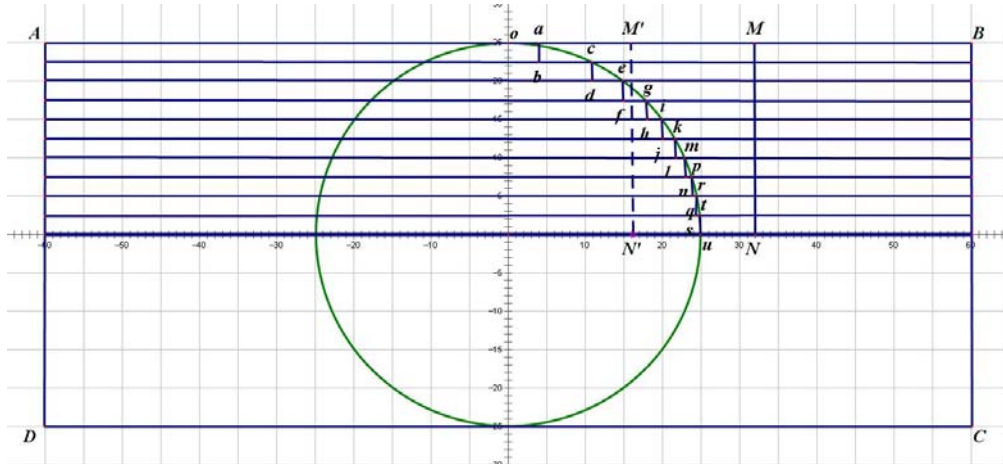


图 6 平板切割简化图

矩形ABCD为平板， $AB=CD=120\text{cm}$ ， $BC=AD=50\text{cm}$ ，圆形轮廓线为待加工桌面的雏形。

②切割平板。将圆的直径20等分，切割出桌面及桌腿。切割方式如图7所示。

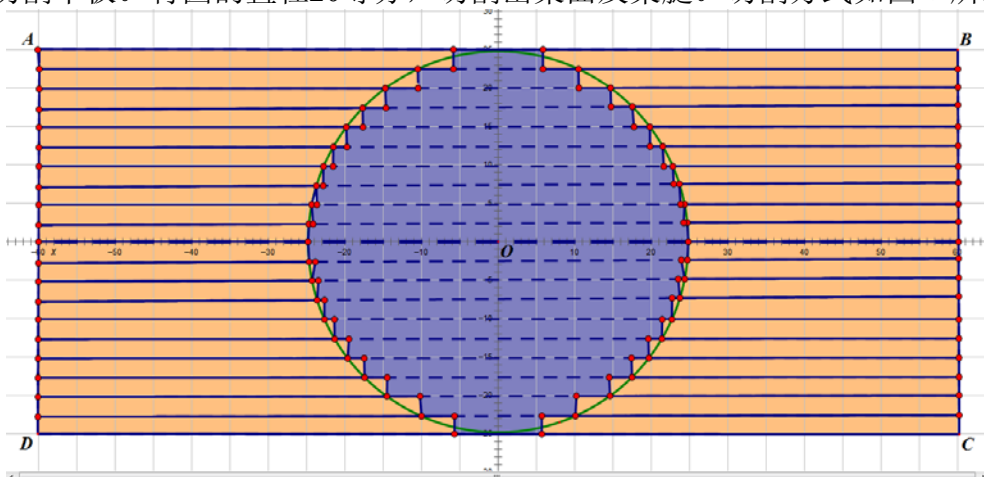


图 7 平板切割示意图

沿图中的实线进行切割，图中每个黄色矩形即为折叠桌的桌腿，蓝色部分为折叠桌桌面。

③确定关键点坐标。由于该折叠桌中心对称，故只考虑其四分之一部分即可。在图6中， $oa=4\text{cm}$ ， $ab=cd=ef=gh=ij=kl=mn=pq=rs=tu=2.5\text{cm}$ ，MN为钢筋。由于钢筋位于外侧桌腿中间位置，所以有 $aM=MB=28\text{cm}$ M点坐标为 $(32,25)$ ，N点的坐标为 $(32,0)$ 。选择a,c,e,g,i,k,m,p,r,t作为关键点，用来计算桌腿长度及其相关数据。关键点的y轴坐标为等差数列，横坐标可以利用勾股定理^[3]求得。

以c点为例，根据图8， $oc = 25\text{cm}$ ， $oo' = 22.5\text{cm}$ ， $o'c^2 = oc^2 - oo'^2 = 118.75$ ，所以 $o'c = 10.89725$ 。点c的坐标为 $(10.89725, 22.5)$ 。

[3]关春河,空间勾股定理及空间勾股数[J].高师理科学刊,2007,27(4):1-4.

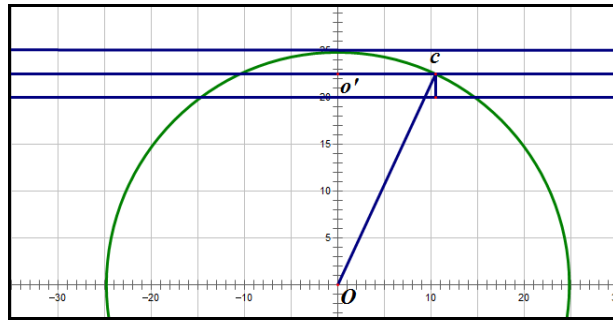


图 8 桌面俯视图

利用相同的方法可求出其他关键点的坐标，结果见表1。

表 1 各关键点坐标汇总表

关键点	A	C	e	G	I
坐标	(4,25)	(10.89725,22.5)	(15,20)	(17.85357,17.5)	(20,15)
关键点	K	M	p	R	T
坐标	(21.65064,12.5)	(22.92288,10)	(23.84848,7.5)	(24.4949,5)	(24.87469,2.5)

④计算每条桌腿长度

由各关键点的坐标值，求出每条桌腿的长度 $l = L/2 - x_i$ ，其中 L 为平板长度， x_i 为第 i 条桌腿对应关键点的 X 轴坐标。通过计算得到其中十条桌腿的长度，数值见下表。

表 2 桌腿长度计算表（以前十条为例）

桌腿序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
桌腿长度	56.00	49.10	45.00	42.15	40.00	38.35	37.09	36.15	35.51	35.13

(2) 模型的建立

欲求解每条桌腿上空槽长度，需要知道空槽的起始位置和结束位置，即：

$$\text{空槽长度} = \text{结束位置} - \text{起始位置}$$

具体求解步骤如下：

① 计算折叠桌完全撑起后钢筋与桌腿连接点的坐标

仍以圆桌中心为坐标原点构建三维坐标系。将折叠桌完全撑起后，钢筋会在 XOY 面产生投影 $M'N'$ ，如图 9 中虚线所示。此时钢筋与各条桌腿的接触点的 Z 轴坐标是相等的，Y 轴坐标与平面坐标系所对应的 Y 轴坐标相同，故只需求出 X 轴的坐标变化即可利用空间中点与点的距离公式求得相应的长度。

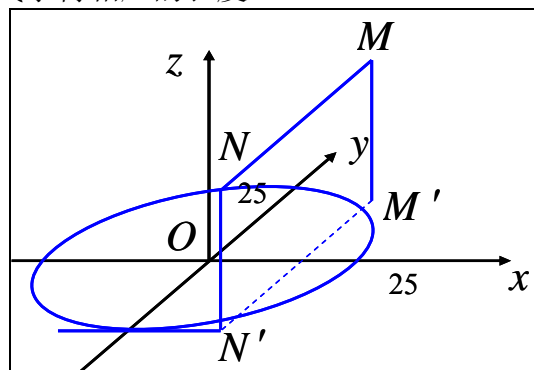


图 9 桌子撑起前后钢筋位置变化示意图

由于钢筋平行于桌面，所有桌腿与钢筋的接触点的 X、Z 轴坐标都相等，所以只需选取最外侧的两条桌腿用来计算即可。根据图10，假设 $M(x_0, y, z_0)$ ， $a(x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{有 } BE^2 = l^2 - H^2, \quad x_0 = x_1 + \frac{BE}{2}, \quad z_0 = \frac{H}{2}.$$

其中 l 为外侧桌腿长度， H 为桌面高度。

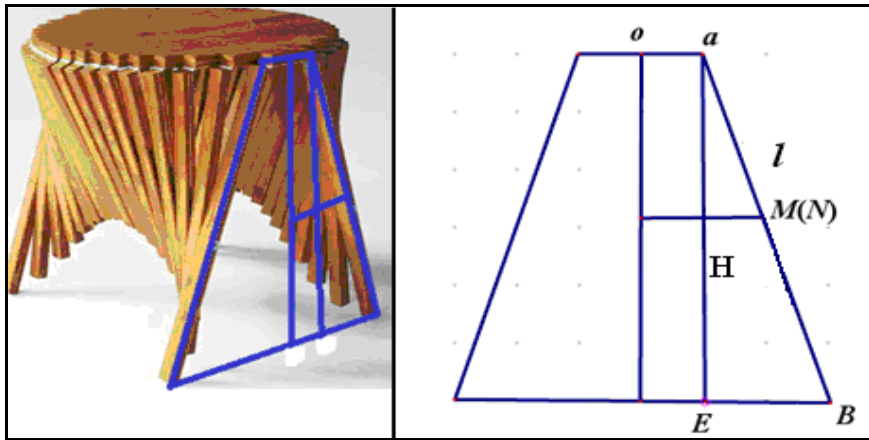


图 10 折叠桌的侧面几何示意图

该折叠桌完全撑起后，桌子高度 $H = 50$ ，外侧桌腿长度 $l = 56$ 。a点坐标由切割方式决定，按前文采取的切割方法，可知 $a(4,25,50)$ ，所以M点坐标为 $(16.61,25,25)$ 。折叠桌撑起后钢筋MN与各条桌腿接触点的X、Z轴的坐标都可唯一确定，Y轴坐标为等差数列，公差即为桌腿的宽度。

②计算桌腿开槽起始位置距桌面的长度

该折叠桌撑起前，即处于平铺状态时，钢筋位于每条桌腿开槽初始位置，折叠桌在逐渐撑起过程中，钢筋在各条桌腿处的位置会发生变化。初始位置即为MN，完全撑起后，钢筋在各条桌腿的位置变化到下图11中MN右侧的红色竖线处。每条桌腿上的空槽长度即两条红色竖线之间的距离。即

$$d_i = l_i - \frac{1}{m}l_1, (i = 2,3,\dots,n-1)$$

其中 d_i 表示第 i 条桌腿空槽初始位置距桌面边缘的距离， l_i 为第 i 条桌腿的长度， n 单侧桌腿数， $\frac{1}{m}$ 为钢筋固定在外侧桌腿的位置，如钢筋固定在外侧桌腿的中心，则 $m = 2$ 。

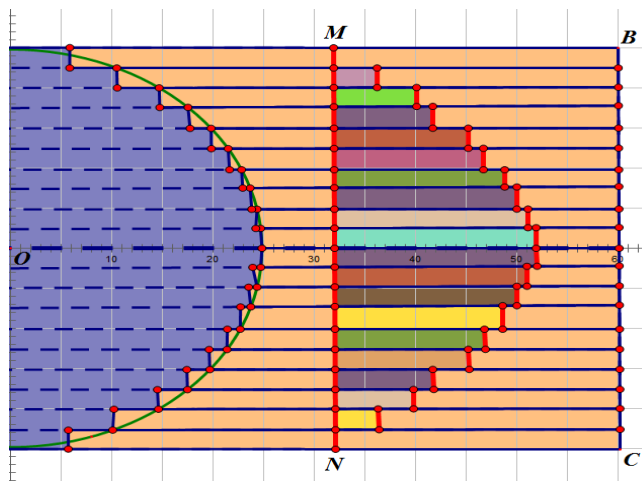


图 11 木条开槽长度示意图

每条桌腿的长度 l_i 及空槽长度 d_i 的计算结果见下表 3。

表 3 各桌腿长度及空槽长度的计算结果

桌腿序号 <i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
桌腿长度	56	49.10	45	42.15	40	38.35	37.09	36.15	35.51	35.13
空槽长度	28.00	20.10	16.00	13.15	11.00	9.35	8.09	7.15	6.51	6.13
桌腿序号 <i>i</i>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
桌腿长度	6.13	6.51	7.15	8.09	9.35	11.00	13.15	16.00	20.10	28.00
空槽长度	35.13	35.51	36.15	37.09	38.35	40.00	42.15	45.00	49.10	56.00

③计算折叠桌撑起后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离

步骤①中已经算出了折叠桌撑起后钢筋与桌腿连接点的坐标，利用空间中两点之间的距离公式即可计算折叠桌撑起后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离。

假设空间中两点 $A(X_1, Y_1, Z_1)$ 和 $B(X_2, Y_2, Z_2)$ ，假设 A, B 两点间的距离为 d 。

$$d = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}$$

现假设折叠桌撑起后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离为 d_j ，利用该公式计算出折叠桌撑起后钢筋在每个桌腿的位置距桌面边缘的距离，见表4：

表 4 各桌腿的钢筋点到桌面边缘点的距离（单位：厘米）

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
距离	28.00	25.64	25.05	25.03	25.23	25.50	25.78	26.03	26.21	26.33
<i>i</i>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
距离	26.33	26.21	26.03	25.78	25.50	25.23	25.03	25.05	25.64	28.00

(3)模型的求解

经过计算得到桌腿空槽起始位置距桌面的长度 d_i 和桌腿空槽末位置距桌面的长度 d_j ，由此可以求出每条桌腿上的空槽长度及空槽位置。设 D'_i 为第 i 条桌腿上的空槽长度，则有

$$D'_i = d_j - d_i$$

计算结果汇总至表5：

表 5 各条桌腿上的空槽长度（单位：厘米）

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
空槽长度	0.00	5.54	9.05	11.88	14.23	16.15	17.70	18.88	19.71	20.21
<i>i</i>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
空槽长度	20.21	19.71	18.88	17.70	16.15	14.23	11.88	9.05	5.54	0

从而求出此种折叠桌的设计加工参数，综上所述，通过该模型不仅很好地解决了每条桌腿上空槽长度问题，同时也解决了每条桌腿上空槽位置问题，为实际生活中生产活动提供了理论与技术指导。

模型 II 桌腿边缘线形状模型

(1) 模型的准备

为了便于研究，首先建立与模型 I 相同的三维坐标系。在坐标系中，每条桌腿可近似看做一条线段，当桌面高度确定后，就可求出线段上桌腿与桌面的连接点、桌腿与钢筋的连接点这两点的坐标。在桌子撑起的过程中，随着桌子高度的不断变化，桌脚边缘线的形状也随之改变。在桌脚边缘线动态变化的过程中，选择几个特殊位置即桌面高度为 10cm、20cm、30cm、40cm、50cm，在这些特殊位置研究桌脚边缘线的大致形状。

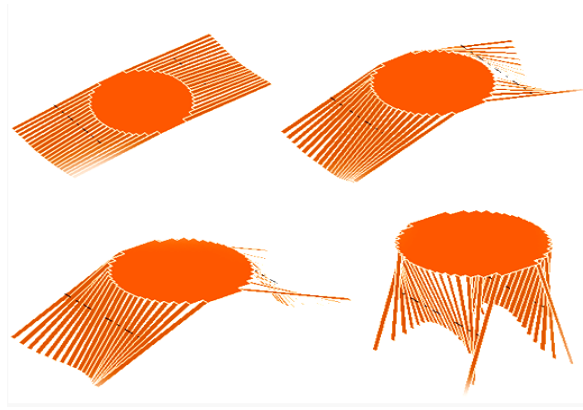


图 12 桌面不同高度下的桌腿形状变化示意图

(2) 模型的建立

① 计算不同桌子高度对应的钢筋与桌腿连接点的坐标

使用模型 I 中计算折叠桌完全撑起后钢筋与桌腿连接点的坐标的方法求得不同高度对应 M 点的坐标，见表6：

表 6 钢筋与桌腿连接点的三维坐标

桌面高度	10cm	20cm	30cm	40cm	50cm
点坐标	(31.55,25,5)	(30.15,25,10)	(27.64,25,15)	(23.60,25,20)	(16.61,25,25)

当桌面高度确定后，即可计算出对应20个连接点的坐标。现以桌子高度为10cm为例，计算结果见表7，桌子高度为20cm，30cm，40cm，50cm时的计算结果详见附表1-4。

表 7 桌面高度为 10cm 时，对应 20 个连接点的坐标值

i	1	2	3	4	5
坐标	(31.55,25,5)	(31.55,22.5,5)	(31.55,20,5)	(31.55,17.5,5)	(31.55,15,5)
i	6	7	8	9	10
坐标	(31.55,12.5,5)	(31.55,10,5)	(31.55,7.5,5)	(31.55,5,5)	(31.55,2.5,5)
i	11	12	13	14	15
坐标	(31.55,-2.5,5)	(31.55,-5,5)	(31.55,-7.5,5)	(31.55,-10,5)	(31.55,-12.5,5)
i	16	17	18	19	20
坐标	(31.55,-15,5)	(31.55,-17.5,5)	(31.55,-20,5)	(31.55,-22.5,5)	(31.55,-25,5)

② 计算不同桌面高度对应的桌腿末端边缘点的坐标

当把桌腿近似看作线段时，该线段的方程可由两点确定（桌面与桌腿连接点和钢筋与桌腿连接点），设桌面与桌腿连接点的坐标为 $A_i(x_1, y_1, z_1)$ ，钢筋与桌腿连接点的坐标为 $B_i(x_2, y_2, z_2)$ ，桌腿边缘点坐标为 $C_i(x, y, z)$ ，各条桌腿长度 l_i 。通过点与点之间的距离及其点与直线的关系可建立方程组：

$$\begin{cases} \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} = \frac{x - x_1}{z - z_1} \\ (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_i^2 \end{cases}$$

又因为 $y = y_1 = y_2$ ，因此方程组可简化为：

$$\begin{cases} \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} = \frac{x - x_1}{z - z_1} \\ (x - x_1)^2 + (z - z_1)^2 = l_i^2 \end{cases}$$

将步骤①所求各点坐标代入方程组，即可求得各桌腿边缘点的三维坐标。计算结果见附表5-9。

③ 使用matlab对数据进行拟合

使用MATLAB做出桌腿边缘点的空间分布图，并对数据进行拟合，绘出边缘线的大致形状。

(3) 模型的求解

①利用matlab画出桌脚边缘线动态变化的过程中，桌子高度依次为10cm、20cm、30cm、40cm、50cm时，桌脚边缘线的大致形状，如下图：

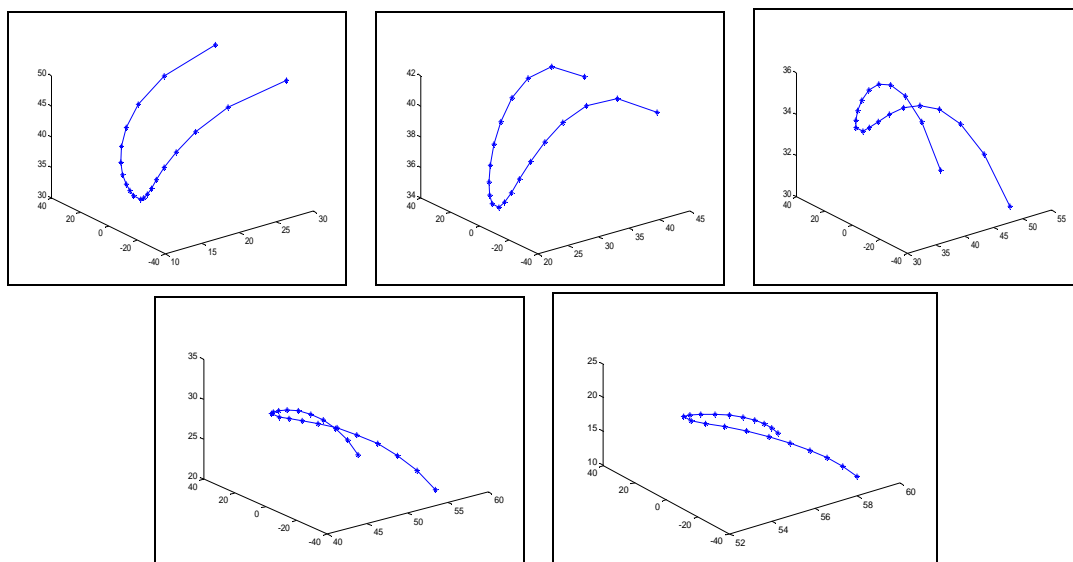


图 13 桌面不同高度下的桌脚边缘线的形状变化示意图

②建立三维坐标与桌面高度的参数方程

以最外侧桌腿为例，其三维坐标与桌面高度的参数方程为：

$$\begin{cases} x(h) = -0.01817h^2 + 0.3615h + 56.97 \\ y(h) = 25 \\ z(h) = h \end{cases}$$

通过该参数方程，我们可以计算出折叠桌在折叠变化过程中各个桌面高度时，对应的桌腿末端点的三维坐标。

二、问题二的分析与求解

1. 对问题的分析

问题二要求对于任意给定的折叠桌高度和圆形桌面直径，进行讨论长方形平板材料和折叠桌的最优设计加工参数。为达到稳固性好，四个桌脚应围成一个正方形，且考虑到美观性，该正方形的边长等于桌子的直径。同时桌腿空槽总长度最小以满足加工方便，长方形平板长度最小以满足用材最少的要求，具体建模流程如图 14 所示。

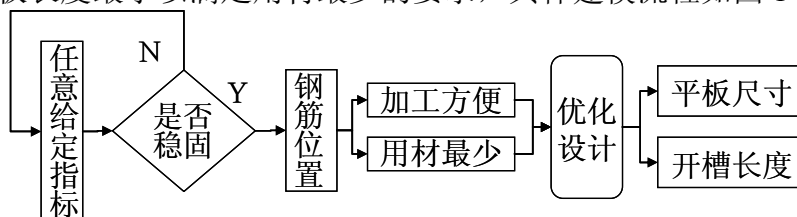


图 14 问题二的建模思路图

2. 对问题的求解

模型III 最优参数模型

(1) 模型的准备

定义 1 第 i 条桌腿切割点 折叠桌撑起前第 i 条桌腿与对应桌面边缘的连接点。

定义 2 桌边剩余长度 平板最外侧桌腿两个切割点间的距离。

定义 3 钢筋相对位置 第一条桌腿切割点到钢筋位置间的距离与整条桌腿长度的比值。

定义 4 总开槽长度 桌腿由若干根木条组成，分成两组，每组各用一根钢筋将桌腿连接，钢筋两端分别固定在桌腿各组最外侧的两根桌腿上，为保证钢筋在木板内滑动的自由，每根桌腿所保留的空槽长度之和。

假设① 单边桌腿数为偶数

② 折叠桌与地面接触的四条腿在地面上构成正方形时折叠桌稳固性最好，且考虑到美观性，该正方形的边长等于桌子的直径。

根据假设 1、2，设桌面直径为 D ，桌边剩余长度为 d ，单边桌腿数 n 由黄金分割^[4]原则求得桌边剩余长度

$$d = 0.764D\sqrt{\frac{1}{n}(1-\frac{1}{n})},$$

由于折叠桌的设计应同时考虑到稳固性、加工方便性、用材量及美观性等诸多因素。但是在实际操作中不可能同时实现稳固性好、加工方便、用材最少以及最为美观，必须对个因素有所取舍。平板折叠桌作为传统折叠桌创新，仍属生活品，应以物美价廉为主。因此，应先保证折叠桌的稳固性，再使用料尽量节省、加工尽可能方便。

(2) 模型的建立

设桌高为 H ，平板长度为 L ，最外侧桌腿长为 l ，钢筋相对位置为 λ ，总开槽长度为 Z 。桌面虽不是完整的圆形，但桌面和平板上下左右都是完全对称的，因此选取平板右上角的四分之一进行研究。详见下图 15。

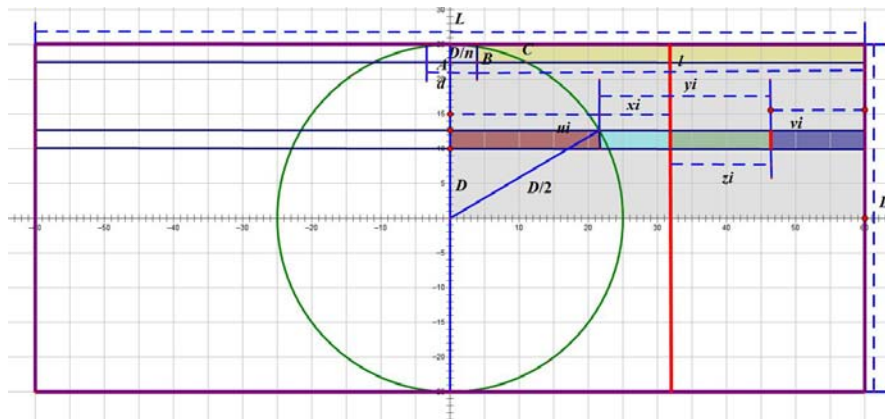


图 15 平板整体俯视图

各指标间关系式如下：

根据勾股定理求得平板长度

$$L = 2\sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + H^2} + d$$

[4] 郭轶男.黄金分割研究 [D];辽宁师范大学;2008 年 5

根据数学几何的相关知识，我们假设折叠桌与地面接触的四条腿在地面上构成正方形时折叠桌稳固性最好，且考虑到美观性，该正方形的边长等于桌子的直径。
最外侧桌腿长

$$l = \frac{L-d}{2} = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + H^2}$$

对于任意给定的折叠桌高度和圆形桌面直径的设计要求，平板尺寸、开槽长度、单边桌腿数和钢筋位置等参数取值的不同都会对折叠桌的用材量、稳固性、加工方便性等指标产生不同的影响。其中平板尺寸反应了用材量的多少，总开槽长度反应了加工方便性，单边桌腿数和钢筋位置则在一定程度上反应了折叠桌的美观性与稳固性。
钢筋位置到最外侧桌腿切割点的距离

$$\lambda l = \frac{\lambda}{2}(L-d) = \lambda \sqrt{\frac{(D-d)^2}{4} + H^2}$$

第 i 只桌腿切割点到桌面垂直直径的距离

$$\begin{aligned} \mu_i &= \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left[\frac{D}{2} - \frac{D}{n}(i-1)\right]^2} \\ &= \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left[\frac{D^2}{4} + \frac{D^2}{n^2}(i-1)^2 - \frac{D^2(i-1)}{n}\right]} \\ &= \sqrt{\frac{D^2(i-1)}{n} \left(1 - \frac{i-1}{n}\right)} \quad (i = 2, 3, \dots, \frac{n}{2}) \end{aligned}$$

桌子撑起前第 i 只桌腿切割点到钢筋的垂直距离

$$x_i = \frac{\lambda}{2}(L-d) + \frac{d}{2} - D \sqrt{\frac{i-1}{n} \left(1 - \frac{i-1}{n}\right)} \quad (i = 2, 3, \dots, \frac{n}{2})$$

桌子撑起后第 i 只桌腿切割点到钢筋的垂直距离

$$y_i = \sqrt{\left[\frac{\lambda}{2}(D-d) + \frac{d}{2} - D \sqrt{\frac{i-1}{n} \left(1 - \frac{i-1}{n}\right)}\right]^2 + \lambda^2 H^2} \quad (i = 2, 3, \dots, \frac{n}{2})$$

第 i 条桌腿应开槽长度

$$z_i = y_i - x_i \quad (i = 2, 3, \dots, \frac{n}{2})$$

总开槽长度

$$Z = 4 \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} z_i$$

由图 15 可知，对于第 i 条桌腿，有

$$v_i = \frac{L}{2} - \mu_i - y_i$$

其中 v_i 为第 i 条桌腿的空槽末端到平板边缘的距离，显然， $v_i > 0$ 。为了保证桌子

长久耐用，设每条桌腿的空槽末端到平板边缘的距离 v_i 至少是 $p(p>0)$ 。由问题一中模型 I 的求解结果和图 11 可知，越靠近中间的桌腿越短，且开槽长度越长。

故只要 $v_{\frac{n}{2}} \geq p$ ，就可使每一条桌腿都能满足条件 $v_i > p$ 。同时，在桌高和桌面直径等因素不变的情况下， $v_{\frac{n}{2}}$ 越大，所需平板越长。当 $v_{\frac{n}{2}} = p$ ，用材最少。

当 $v_{\frac{n}{2}} = p$ 时

$$y_{\frac{n}{2}} = \frac{L}{2} - D \sqrt{\frac{\frac{n}{2}-1}{n} (1 - \frac{\frac{n}{2}-1}{n})} - p = \frac{L}{2} - \frac{D}{2n} \sqrt{n^2 - 4} - p$$

又因为

$$y_{\frac{n}{2}} = \sqrt{[\frac{\lambda}{2}(D-d) + \frac{d}{2} - \frac{D}{2n} \sqrt{n^2 - 4}]^2 + \lambda^2 H^2}$$

联立以上最近两个式子，即可求得

$$\lambda = \frac{\sqrt{A^2 B^2 - (A^2 + C)(B^2 - E) - AB}}{A^2 + C}$$

其中

$$A = \frac{D-d}{2}, \quad B = \frac{d}{2} - \frac{D}{2n} \sqrt{n^2 - 4}, \quad C = \lambda^2 H^2, \quad E = [\frac{L}{2} - \frac{D}{2n} \sqrt{n^2 - 4} - p]^2$$

将 λ 的值代入 $Z = 4 \sum_{i=2}^{\frac{n}{2}} z_i$ 中，即可求出总开槽长度值。

(3) 模型的求解

已知桌高 $H=70$ ，桌面直径 $D=80$ ，设桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离 $p=5$ ，单边桌腿数 $n=24,26,28,\dots,42$ ，利用 matlab 进行编程，代入数据，进行求解，对应每个 n 的取值,每条腿的空槽长度汇总至附表 10，设计参数求解结果汇总至表 8。

表 8 各设计参数求解结果汇总

n	w	L	S	λ	X	Z
24	3.3333	167.7609	13420.87	0.5040	38.5785	987.64
26	3.0769	167.5022	13400.18	0.4997	38.9634	1085.20
28	2.8571	167.2715	13381.72	0.4958	39.3090	1183.30
30	2.6667	167.0641	13365.13	0.4568	42.3948	1281.80
32	2.5000	166.8765	13350.12	0.4891	39.9095	1380.80
34	2.3529	166.7056	13336.45	0.4862	40.1719	1480.10
36	2.2222	166.5492	13323.94	0.4835	40.4160	1579.80
38	2.1053	166.4053	13312.42	0.4810	40.6424	1679.80
40	2.0000	166.2723	13301.78	0.4787	40.8536	1780.10
42	1.9048	166.149	13291.92	0.4765	41.0520	1880.60

n 为单边桌腿数， w 为没跟桌腿的宽度， L 为平板长度， S 为平板面积， λ 为钢筋相对位置， X 为撑起桌子前钢筋与同侧平板边缘之间的距离，即上图中 $z_i + v_i$ ，反应了每根桌腿开始切割空槽的位置。 Z 为总开槽长度。
 根据表中数据，利用 excel 画出单边桌腿数与平板面积及总开槽长度的趋势图，如图 16、图 17 所示。

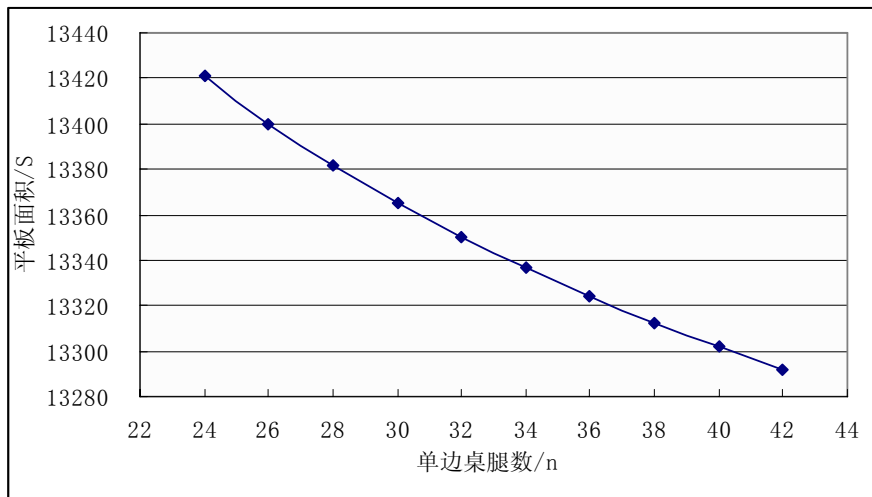


图 16 平板面积与单边桌腿数关系图

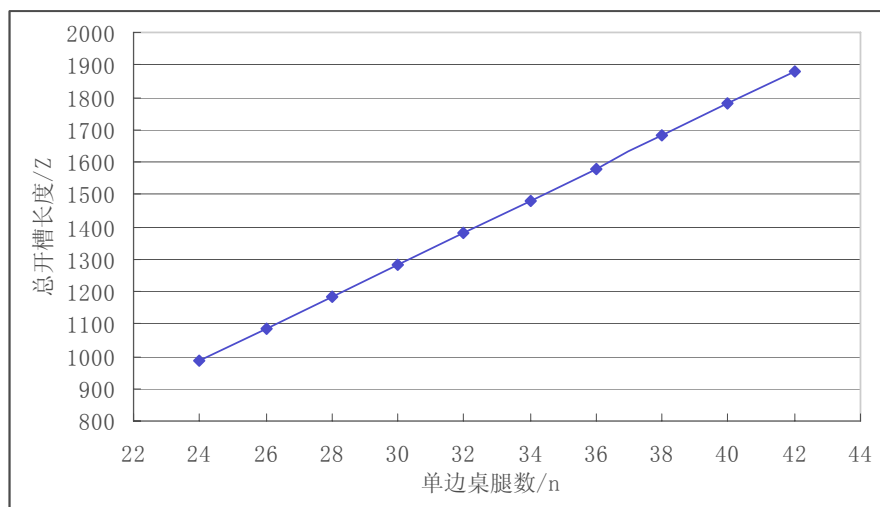


图 17 总开槽长度与单边桌腿数关系图

根据上图 16 和图 17 可以发现，随着单边桌腿数 n 的增加，平板长度值以逐渐减小的速度下降，且下降速度很小，当 n 从 24 增加到 40 时， S 只下降了 120cm^2 ；而随着单边桌腿数 n 的增加，总开槽长度 Z 呈直线上升趋势，且上升速度较大，当 n 从 24 增加到 40 时， Z 增加了 790cm 。

单纯从表中数据和曲线走势来看，若想从整体上是使设计加工参数达到最优，其他条件不变的情况下，还应尽量减少单边桌腿数 n 。但考录到实际情况，桌腿不可能无限减少，一来会影响桌子的美观，二来这也不切合实际。

从折叠桌的制作过程来看，对给定的桌面直径 D ，单边桌腿数 n 越大，总开槽长度越大，且桌腿越窄，更提高了加工的难度和成本，其因 n 增大而节省的平板面积也微乎其微。从折叠桌需求者的角度来看，对给定的桌面直径 D ，适当增加单边桌腿数 n ，可

使桌腿更窄写，桌面形状更规则，而且看上去更加美观。只是购买成本会相应的增加。不同的需求者，做出的抉择会有所不同。

综上，我们认为在桌面直径 $D=80\text{cm}$ ，桌高 $H=70\text{cm}$ 时，取 $n=32$ ， $w=2,5\text{cm}$ ，此时最优设计参数值 $L=166.8765$ ， $\lambda = 0.4891$ ， $Z=1380.80$ （其中每条腿空槽长度详见附表 10）。

三、问题三的分析与求解

1. 对问题的分析

问题三要求根据客户任意设定的折叠桌高度、桌面边缘线的形状大小和桌脚边缘线的大致形状，给出所需平板材料的形状尺寸和切实可行的最优设计加工参数，使得生产的折叠桌尽可能接近客户所期望的形状。该问题提供的条件有折叠桌的高度、桌面边缘线形状及桌脚边缘线，利用这些条件结合问题一、问题二中的方法，求解出平板的尺寸、最优的设计加工参数。为了简化问题，可以用桌腿开槽的总长度来表示平板的设计加工参数。桌面边缘线的形状与桌腿宽度相关，桌腿宽度越大，桌面边缘锯齿形状越明显，因此，可用桌腿宽度来替代桌面边缘线的形状大小参数。至于桌腿边缘线，通过对问题一的研究发现，桌腿边缘线形状是与桌面高度相关联的，而桌面高度又直接由桌腿长度决定，所以桌腿边缘线形状参数可近似用桌腿长度来确定。所有参数设定之后，建立方程求解。该方程组即为折叠桌设计软件设计的数学模型。

2. 对问题的求解

模型IV 折叠桌设计模型

(1) 模型的准备

要设计满足要求的折叠桌，首先得选择出合适的设计参数，通过设计参数来构建模型。选择参数的方法如下：

①关于平板尺寸。平板的长和宽分别决定了桌子的高度和桌面面积，因此在选择参数时，必需考虑平板的长和宽。

②关于桌面边缘线形状大小。桌面边缘线的形状基本成锯齿形，而锯齿之间凹槽的深度等于桌腿的宽度，所以，桌腿宽度也是建立该模型必须的参量。

③关于桌脚边缘线形状。桌脚边缘线可以近似的看成由桌腿末端点之间的连线构成的空间曲线。桌腿末端点在空间中的位置由桌腿长度、桌腿数量决定，所以桌腿数量也应是该模型的相关参数。

(2) 模型的建立

设桌面高度为 H ，桌腿宽度为 \bar{d} ，桌面直径为 D ，一组桌腿数目为 n ，平板长度为 L ，每条桌腿的长度为 l_i ，每条桌腿上的开槽长度为 z_i ，所有桌腿上的总开槽长度为 Z ，外侧桌腿长度与板长的比值为 μ 。结合问题一、问题二所用方法建立方程：

$$Z = z_1 + z_2 + \cdots + z_n = \sum_{i=1}^n z_i ;$$

$$\left[D - \frac{D - (L - 2l_1)}{2} \right]^2 = l_1^2 - H^2 ;$$

$$D = na ; L = l_1 / \mu ; z_i = d_i' - d_i ;$$

在实际生活中，当客户提出设计要求后，合理选取与设计折叠桌相关的参数代入上

述方程中求解出平板尺寸及最优设计参数。再通过Matlab对数据进行处理，即可得到对应参数下折叠桌的仿真模拟图。

(3) 模型的求解

下面即为参数各不相同，利用模型求解，使用MATLAB绘制出的三款不同形式的折叠桌动态过程展示图：

①桌面高度为30cm，桌腿宽度为4cm，外侧桌腿长度为32.19cm。



图 18 桌面不同高度下的桌腿形状变化示意图

②桌面高度为20cm，桌腿宽度为2.5cm，外侧桌腿长度为22.19cm。



图 19 桌面不同高度下的桌腿形状变化示意图

③桌面高度为27cm，桌腿宽度为8cm，外侧桌腿长度为26.18cm。



图 20 桌面不同高度下的桌腿形状变化示意图

§6 误差分析与灵敏度分析

一、误差分析

1.在问题一中我们假设最外侧木条两个切割点间的距离为 8cm，与实际值有偏差，但均已忽略不计，可能会导致模型最终结果存在误差

2.为了求解方便，在求解问题时，假设桌腿与圆桌面之间的交接处无间隙，而实际上桌腿与圆桌面之间的交接处的间隙会对桌面高度、钢筋相对位置等造成影响，从而影响最优解，导致模型存在误差。

3.在模型的建立与求解中，为简化问题，通常假设钢筋尺寸可以忽略不计，而实际中为保证折叠桌的稳固性，钢筋的尺寸可能较大不能忽略不计，影响到钢筋的相对位置及总开槽长度等设计参数，导致误差。

二、灵敏度分析

问题二中，在建立最优参数模型时，由于考虑到折叠桌的耐用性，我们假设了桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离 $p=5\text{cm}$ 。在实际设计加工过程中， p 的值也可以在适当范围内进行调整。即在 $H=70\text{cm}$ ， $D=80\text{cm}$ 时， p 分别取 4cm 和 7cm ，利用程序 2 进行求解，并与 $p=5$ 时的结果作比较，我们发现，在桌高 H 、桌边直径 D 和单边桌腿数 n 的值确定时， p 值大小只会影响钢筋相对位置 λ 和总开槽长度 Z 的值，而不会改变平板长度 L 等其他参数值。将不同 p 值下， Z 的求解结果汇总至表 9。

表 9 不同 p 值下， Z 的求解结果汇总

单边桌腿数 n	$p=4\text{cm}$		$p=5\text{cm}$		$p=7\text{cm}$	
	λ	$Z1$	λ	$Z2$	λ	$Z3$
24	0.5241	980.61	0.5040	987.64	0.4611	1002.60
26	0.5201	1077.40	0.4997	1085.20	0.4561	1102.00
28	0.5165	1174.60	0.4958	1183.30	0.4515	1202.00
30	0.5132	1272.30	0.4568	1281.80	0.4474	1302.50
32	0.5102	1370.30	0.4891	1380.80	0.4436	1403.50
34	0.5075	1468.80	0.4862	1480.10	0.4400	1504.80
36	0.5050	1567.50	0.4835	1579.80	0.4367	1606.60
38	0.5027	1666.60	0.4810	1679.80	0.4336	1708.70
40	0.5006	1765.90	0.4787	1780.10	0.4308	1811.10
42	0.4986	1865.50	0.4765	1880.60	0.4281	1913.80

利用 excel 画出单边桌腿数 n 与取不同 p 值时的总开槽长度的折线图，见下图 21。

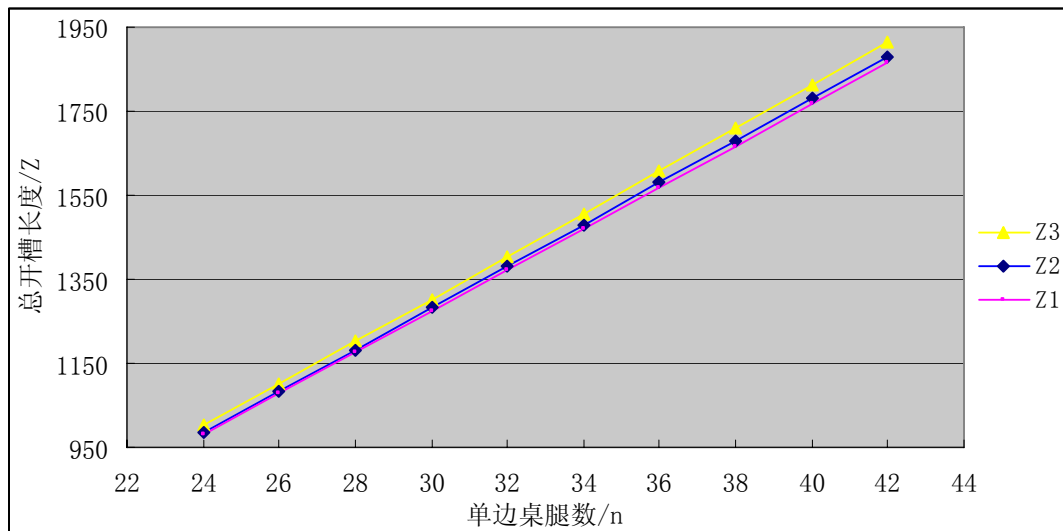


图 21 不同 p 值时的总开槽长度与单边桌腿数关系图

由图 21 不难发现，在桌高 H 、桌边直径 D 和单边桌腿数 n 不变的情况下，桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离 p 越小，桌子总开槽长度就越小，由上表中数据可以看出，在一定范围内， p 值每增加(减少) 1cm ，总开槽长度平均减少(增加) 10cm 。可见 p 值对总开槽长度的影响并不大，这由图中 3 条折线的间距离大小也可以看得出。

综上所述，在平板折叠桌的设计加工过程中，对桌腿的空槽末端到平板边缘的最短距离 p 的要求并不严苛，可以根据实际情况选取合适的 p 值，以求整体更加优化。

§7 模型的评价与推广

一、模型的优点

1. 在问题二中采用黄金分割原理这一新颖的观点，来确定桌边剩余长度和最外侧桌腿的切割点，即满足了加工简便的要求，又实现了美观的目的。
2. 本文对问题有合理的猜想、假设、计算以及检验；
3. 文字与图表相结合，使结果一目了然，也更具有说服力。
4. 按照要求求解的问题灵活选取数据，而不是每次都使用同一个数据；

二、模型的缺点

1. 求解问题时用的数据都是采用四舍五入近似的，不够精确，这样得出的数据难免会有些误差，还存在一些没有考虑到的因素
2. 本文的模型假设较为理想，模型中为使计算简便，使所得结果更理想化，忽略了一些次要影响因素。但由于实际中影响公司最大利润，以及影响购买新车的因素很多，将模型运用于实际中要考虑更多的条件，具体实现比较复杂

三、模型的推广

1. 在问题一中的桌腿空槽长度求解模型，有效的结合了勾股定理和空间两点间距离公式，计算出我们所需要的距离长度，此模型还可以广泛的用于定量分析模型中，使得计算结果更精确。
2. 在问题三中，为某种可以尽可能满足客户所期望的形状的折叠桌设计软件所建立的模型，可以推向市场，同时帮助客户根据自己的需求设定条件，从而选择适合自己的，性价比较高的平板折叠桌。

§8 模型的改进

问题一中，钢筋位置默认在外侧桌腿长度的二分之一处。在问题二中，我们没有对钢筋的位置进行详细讨论，只是简单的利用数值计算对钢筋的大概位置进行估计，为了更加准确的得到钢筋的位置，可以从受力分析的角度对问题进行研究。

对最外侧桌腿进行受力分析：

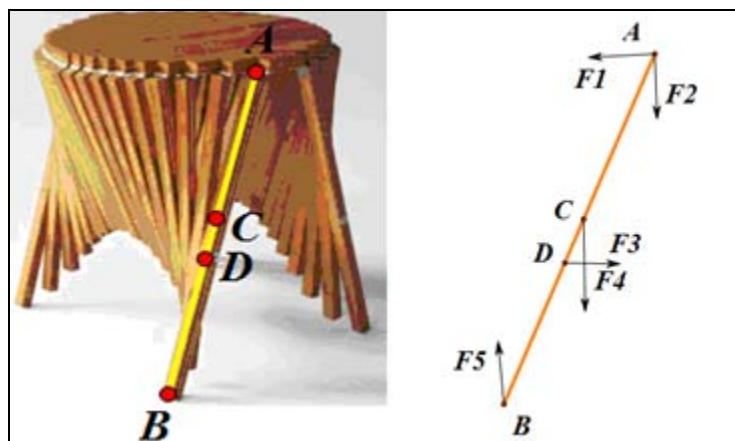


图 22 桌腿受力分析图

AB 为最外侧桌腿，C 点为 AB 的中点，D 为钢筋位置，桌面对 A 点的作用力可以分为水平方向的 F_1 和竖直方向的 F_2 ， F_3 表示的是钢筋对桌腿的作用力， F_4 为桌腿自身的重力， F_5 为地面对桌腿的支持力，假设 F_1 与桌腿之间的夹角为 α 。

对于 C 点，可以建立一个力矩平衡方程：

$$F_4 \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha + F_3 \cdot (l-r) \cdot \sin \alpha = F_5 \cdot l \cdot \cos \alpha$$

其中 l 为 AB 的长度， r 为 BD 的长度。

对于 D 点，可以建立一个力矩平衡方程：

$$F_2 \cdot (l-r) \cdot \cos \alpha + F_5 \cdot r \cdot \cos \alpha = F_1 \cdot (l-r) \cdot \sin \alpha$$

当桌腿处于平衡状态时，此时桌腿受力平衡，即

$$\begin{aligned} F_1 &= F_4 \\ F_5 &= F_2 + F_4 \end{aligned}$$

代入第二个平衡方程可以解得

$$l - r = r$$

即 $l = 2r$ ，所以 C、D 两点重合，钢筋位于外侧桌腿中心处时较为合理。将受力分析得到的结果与我们数值计算的结果进行比较，通过数值计算出 r/l 的值在 [0.47, 0.52] 之间变化，与受力分析得到的结果基本相符，因此该优化方案是可行的。

参考文献

- [1]王青建,陈洪鹏.《数学课程标准》中的数学史及数学文化[J].大连教育学院学报. 2009(04)
- [2]陈洪鹏,勾股定理研究[D];辽宁师范大学;2011年2
- [3]关春河,空间勾股定理及空间勾股数[J].高师理科学刊,2007,27(4):1-4.
- [4]郭轶男.黄金分割研究 [D];辽宁师范大学;2008 年 5
- [5]颜卫亨,计飞翔,张茂功.折叠结构体系及类型[J]. 建筑科学与工程学报. 2006(04)
- [6]杨梅.折叠结构在产品中的应用研究[J]. 包装工程. 2013(08)
- [7]曹磊,邓建松.基于固定边界的直纹面构造近似可展曲面[J]. 中国科学技术大学学报.2006(01)
- [8]姜启源,谢金星,叶俊.数学模型[M].北京:高等教育出版社.2011.
- [9]胡守信,李柏年.基于MATLAB的数学实验[M].北京:科学出版社, 2004.
- [10]吴礼斌.经济数学实验与建模[M] (第二版).北京:国防工业出版社,2013.4

附录

程序 1

折叠桌撑起后钢筋与桌腿连接点的 x 轴坐标和 z 轴坐标

```
[X,Z]=solve('(16.60952-4)*(Z-25)=25*(X-16.60952)', 'Z^2+(X-4)^2=56^2')
```

程序 2

求出桌边剩余长度 d ，平板长度 L ，最外侧桌腿长 l 桌高 H ，平板长度 L ，最外侧桌腿长 l ，钢筋相对位置 λ ，总开槽长度 Z 等设计参数的程序

步骤一

```
clear
```

```

clc
syms t f;
H=70;D=80;n=32;p=5;
d=0.764*D*sqrt(1/n *(1-1/n))
L=2*sqrt(((D-d)/2)^2+H^2)+d
K=(L-d)/2
A=L/2-D/(2*n)*sqrt(n^2-4)-p
a1=(D-d)/2
a2=d/2-D/(2*n)*sqrt(n^2-4)
a3=A^2
步骤二
f'=(b1*t+b2)^2+4900*t^2-b3'; %将式中 b1,b2,b3 分别用 a1, a2,a3 的求解结果替代。
tt=solve(f,'t')
步骤三
tt=['输入步骤二中 tt 的正根']
Z=0;
for i=2 :1:(n/2)
    xi=tt/2*(L-d)+d/2-D.*sqrt((i-1)./n*(1-(i-1)./n));
    yi=sqrt((tt/2)*(D-d)+d/2-sqrt((i-1)./n.*(1-(i-1)./n)).^2+tt.^2*H.^2);
    zi=yi-xi
    Z=Z+zi;
end
Z
程序 3
L=['输入平板长度值']; %长
D=['输入桌面直径值']; %宽, 圆桌面直径
d=['输入桌腿宽度值']; %木板宽
hL=L/2; %半长
R=D/2; %圆桌面半径
y=-R+d/2:d:R-d/2; %长条宽度方向中心位置
x=sqrt(R^2-y.^2); %长条中心在圆上的位置
H=hL-x(1); %最长腿长度, 也就是最大桌子高度

Tx=[x -x;x -x];Ty=[y-d/2 fliplr(y)+d/2;y+d/2 fliplr(y)-d/2]; %桌面数据
Tx=Tx(:);Ty=Ty(:);Tz=zeros(size(Tx));
legx=[hL*ones(size(x));hL*ones(size(x));x;x]; %桌腿数据
legy=[y-d/2;y+d/2;y+d/2;y-d/2];
legz=zeros(size(legx));
zhoux=[hL-H/2;hL-H/2];zhouy=[-R R];zhouz=[0;0]; %轴数据

figure(1),clf;
h1=patch(Tx,Ty,Tz,'facecolor',[1 0.5 0],'edgecolor',[1 1 1]);
h2=patch(legx,legy,legz,'facecolor',[1 0.5 0],'edgecolor',[1 1 1]);
h3=patch(-legx,legy,legz,'facecolor',[1 0.5 0],'edgecolor',[1 1 1]);

```

```

hold on
h4=plot3(zhoux,zhouy,zhouz,'k-');
h5=plot3(-zhoux,zhouy,zhouz,'k-');
hold off
view(3);
axis equal;
axis([-hL hL -R R 0 H]);
axis off;
ddeg=2;           %角度增量
for deg=0:ddeg:75 %最长条桌腿相对桌面折叠角度
    zz=-H/2*sind(deg); %轴相对桌面高度
    xx=x(1)+H/2*cosd(deg); %轴横坐标
    alldeg=atan2(-zz*ones(size(x)),xx-x); %每个条腿折叠角度
    allx=(hL-x).*cos(alldeg)+x; %每条腿末端 x 坐标
    allz=-(hL-x).*sin(alldeg); %每条腿末端 z 坐标
    minz=min(allz); %最小 z 坐标
    legx=[allx;allx;x;x]; %腿 x 数据
    legz=[allz;allz;zeros(size(allz));zeros(size(allz))]-minz;%t 腿 z 数据
    set(h1,'ZData',-minz*ones(size(Tz)));
    set(h2,'XData',legx,'ZData',legz);
    set(h3,'XData',-legx,'ZData',legz);
    set(h4,'XData',[xx;xx],'ZData',[zz;zz]-minz);
    set(h5,'XData',-[xx;xx],'ZData',[zz;zz]-minz);
    pause(0.1);
    drawnow;
end

```

附表 1 当桌面高度为 10cm 时，对应 20 个边缘点的坐标见表：

	x	y	z		x	y	z
1	59.10	25	10.00	11	52.99	-2.5	21.06
2	58.62	22.5	11.55	12	53.46	-5	20.53
3	58.08	20	13.01	13	54.17	-7.5	19.69
4	57.44	17.5	14.45	14	55.01	-10	18.58
5	56.71	15	15.89	15	55.88	-12.5	17.29
6	55.88	12.5	17.29	16	56.71	-15	15.89
7	55.01	10	18.58	17	57.44	-17.5	14.45
8	54.17	7.5	19.69	18	58.08	-20	13.01
9	53.46	5	20.53	19	58.62	-22.5	11.55
10	52.99	2.5	21.06	20	59.10	-25	10.00

附表 2 当桌面高度为 20cm 时，对应 20 个边缘点的坐标见表：

	x	y	z		x	y	z
1	56.31	25	20.00	11	41.27	-2.5	31.06
2	54.48	22.5	22.63	12	41.98	-5	30.90

3	52.56	20	24.79	13	43.13	-7.5	30.58
4	50.56	17.5	26.59	14	44.66	-10	30.04
5	48.50	15	28.07	15	46.49	-12.5	29.22
6	46.49	12.5	29.22	16	48.50	-15	28.07
7	44.66	10	30.04	17	50.56	-17.5	26.59
8	43.13	7.5	30.58	18	52.56	-20	24.79
9	41.98	5	30.90	19	54.48	-22.5	22.63
10	41.27	2.5	31.06	20	56.31	-25	20.00

附表3 当桌面高度为30cm时，对应20个边缘点的坐标见表：

	x	y	z		x	y	z
1	51.29	25	30.00	11	31.25	-2.5	34.54
2	47.47	22.5	32.76	12	31.79	-5	34.75
3	44.00	20	34.41	13	32.71	-7.5	35.05
4	40.89	17.5	35.29	14	34.07	-10	35.37
5	38.16	15	35.64	15	35.88	-12.5	35.61
6	35.88	12.5	35.61	16	38.16	-15	35.64
7	34.07	10	35.37	17	40.89	-17.5	35.29
8	32.71	7.5	35.05	18	44.00	-20	34.41
9	31.79	5	34.75	19	47.47	-22.5	32.76
10	31.25	2.5	34.54	20	51.29	-25	30.00

附表4 当桌面高度为40cm时，对应20个边缘点的坐标见表：

	x	y	z		x	y	z
1	43.19	25	40.00	11	22.63	-2.5	35.05
2	37.22	22.5	41.46	12	22.90	-5	35.47
3	32.77	20	41.34	13	23.39	-7.5	36.15
4	29.48	17.5	40.51	14	24.18	-10	37.07
5	27.08	15	39.37	15	25.36	-12.5	38.17
6	25.36	12.5	38.17	16	27.08	-15	39.37
7	24.18	10	37.07	17	29.48	-17.5	40.51
8	23.39	7.5	36.15	18	32.77	-20	41.34
9	22.90	5	35.47	19	37.22	-22.5	41.46
10	22.63	2.5	35.05	20	43.19	-25	40.00

附表5 当桌面高度为50cm时，对应20个边缘点的坐标见表：

	x	y	z		x	y	z
1	29.22	25	50.00	11	13.85	-2.5	33.35
2	21.83	22.5	47.87	12	13.79	-5	33.86
3	17.89	20	44.91	13	13.81	-7.5	34.73
4	15.76	17.5	42.09	14	13.85	-10	35.96
5	14.62	15	39.64	15	14.07	-12.5	37.59
6	14.07	12.5	37.59	16	14.62	-15	39.64
7	13.85	10	35.96	17	15.76	-17.5	42.09
8	13.79	7.5	34.73	18	17.89	-20	44.91

9	13.81	5	33.86	19	21.83	-22.5	47.87
10	13.85	2.5	33.35	20	29.22	-25	50.00

附表6 当桌面高度为20cm时，对应20个连接点的坐标见表：

	1	2	3	4	5
坐标	(30.15,25,10)	(30.55,22.5,10)	(30.55,20,10)	(30.15,17.5,10)	(30.15,15,10)
	6	7	8	9	10
坐标	(30.15,12.5,10)	(30.15,10,10)	(30.15,7.5,10)	(30.15,5,10)	(30.15,2.5,10)
	11	12	13	14	15
坐标	(30.15,-2.5,10)	(30.15,-5,10)	(30.15,-7.5,10)	(30.15,-10,10)	(30.15,-12.5,10)
	16	17	18	19	20
坐标	(30.15,-15,10)	(30.15,-17.5,10)	(30.15,-20,10)	(30.15,-22.5,10)	(30.15,-25,10)

附表7 当桌面高度为30cm时，对应20个连接点的坐标见表：

	1	2	3	4	5
坐标	(27.64,25,15)	(30.55,22.5,15)	(30.55,20,15)	(27.64,17.5,15)	(27.64,15,15)
	6	7	8	9	15
坐标	(27.64,12.5,15)	(27.64,10,15)	(27.64,7.5,15)	(27.64,5,15)	(27.64,2.5,15)
	11	12	13	14	15
坐标	(27.64,-2.5,15)	(27.64,-5,15)	(27.64,-7.5,15)	(27.64,-10,15)	(27.64,-12.5,15)
	16	17	18	19	20
坐标	(27.64,-15,15)	(27.64,-17.5,15)	(27.64,-20,15)	(27.64,-22.5,15)	(27.64,-25,15)

附表8 当桌面高度为40cm时，对应20个连接点的坐标见表：

	1	2	3	4	5
坐标	(23.60,25,20)	(23.60,22.5,20)	(23.60,20,20)	(23.60,17.5,20)	(23.60,15,20)
	6	7	8	9	10
坐标	(23.60,12.5,20)	(23.60,10,20)	(23.60,7.5,20)	(23.60,5,20)	(23.60,2.5,20)
	11	12	13	14	15
坐标	(23.60,-2.5,20)	(23.60,-5,20)	(23.60,-7.5,20)	(23.60,-10,20)	(23.60,-12.5,20)
	16	17	18	19	20
坐标	(23.60,-15,20)	(23.60,-17.5,20)	(23.60,-20,20)	(23.60,-22.5,20)	(23.60,-25,20)

附表9 当桌面高度为50cm时，对应20个连接点的坐标见表：

	1	2	3	4	5
坐标	(16.61,25,25)	(16.61,22.5,25)	(16.61,20,25)	(16.61,17.5,25)	(16.61,15,25)
	6	7	8	9	10
坐标	(16.61,12.5,25)	(16.61,10,25)	(16.61,7.5,25)	(16.61,5,25)	(16.61,2.5,25)
	11	12	13	14	15
坐标	(16.61,-2.5,25)	(16.61,-5,25)	(16.61,-7.5,25)	(16.61,-10,25)	(16.61,-12.5,25)
	16	17	18	19	20
坐标	(16.61,-15,25)	(16.61,-17.5,25)	(16.61,-20,25)	(16.61,-22.5,25)	(16.61,-25,25)

附表10 单边桌腿数 n 与每条桌腿开槽长度的对应关系表

单边桌腿数 n	24	26	28	30	32
---------	----	----	----	----	----

第 1 条桌腿	0	0	0	0	0
第 2 条桌腿	6.2883	5.899	5.5509	5.2374	4.9534
第 3 条桌腿	12.4125	11.8314	11.3075	10.8321	10.3984
第 4 条桌腿	16.7587	16.0723	15.4475	14.8762	14.3516
第 5 条桌腿	20.115	19.3771	18.6977	18.0706	17.4903
第 6 条桌腿	22.7897	22.0418	21.3426	20.6897	20.0798
第 7 条桌腿	24.9411	24.2184	23.5289	22.8752	22.2572
第 8 条桌腿	26.6622	25.9969	25.3436	24.7111	24.1038
第 9 条桌腿	28.012	27.435	26.8427	26.252	25.6727
第 10 条桌腿	29.0293	28.5711	28.0642	27.535	27.0002
第 11 条桌腿	29.7399	29.4319	29.0346	28.5866	28.1123
第 12 条桌腿	30.1601	30.0352	29.7727	29.4257	29.0278
第 13 条桌腿	--	30.3929	30.2915	30.0658	29.7608
第 14 条桌腿	--	--	30.5996	30.5168	30.3215
第 15 条桌腿	--	--	--	30.7849	30.7171
第 16 条桌腿	--	--	--	--	30.9526
单边桌腿数 n	34	36	38	40	42
第 1 条桌腿	0	0	0	0	0
第 2 条桌腿	4.6941	4.4566	4.2379	4.0356	3.848
第 3 条桌腿	10.0006	9.6343	9.2955	8.9809	8.6879
第 4 条桌腿	13.8677	13.4199	13.0039	12.6163	12.2541
第 5 条桌腿	16.9516	16.4503	15.9824	15.5447	15.1341
第 6 条桌腿	19.5092	18.9749	18.4734	18.0019	17.5579
第 7 条桌腿	21.6734	21.1224	20.6019	20.1098	19.6443
第 8 条桌腿	23.5231	22.9697	22.4427	21.9412	21.4641
第 9 条桌腿	25.1099	24.5668	24.0446	23.5436	23.0637
第 10 条桌腿	26.4692	25.9484	25.4414	24.95	24.4755
第 11 条桌腿	27.6265	27.1395	26.6574	26.1842	25.7226
第 12 条桌腿	28.6005	28.1585	27.7109	27.2642	26.8227
第 13 条桌腿	29.4053	29.0193	28.6156	28.2035	27.7892
第 14 条桌腿	30.0514	29.7326	29.3823	29.0127	28.6325
第 15 条桌腿	30.5466	30.3065	30.0191	29.7002	29.361
第 16 条桌腿	30.8965	30.7471	30.5325	30.2724	29.9811
第 17 条桌腿	31.105	31.0589	30.9271	30.7343	30.4981
第 18 条桌腿	--	31.2447	31.2066	31.0898	30.916
第 19 条桌腿	--	--	31.3733	31.3418	31.238
第 20 条桌腿	--	--	--	31.4923	31.4664
第 21 条桌腿	--	--	--	--	31.6028